

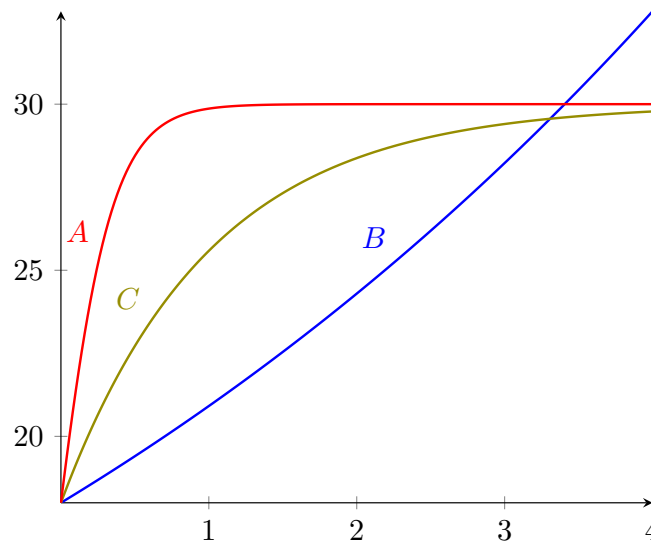
### Übungsaufgaben zu *Anwendungen der Mathematik* Blatt III vom 25.10.2018

**Aufgabe III.1** (2+3 Punkte) (a) Gegeben sind die zwei Messergebnisse  $(-2, 2)$  und  $(-5, 16)$ . Bestimmen Sie  $a, c \in \mathbb{R}$  derart, dass  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = c \cdot a^x$  durch die beiden Messpunkte verläuft.

(b) Die Abbildungen A bis C zeigen die Graphen der Funktionen  $f_1, f_2, f_3: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ :

$$f_1(x) = 18e^{\frac{3x}{20}}, \quad f_2(x) = 30 - 12e^{-x}, \quad f_3(x) = \frac{540}{18 + 12e^{-5x}}.$$

Ordnen Sie den Funktionen  $f_1, f_2, f_3$  die Graphen A, B, C zu.



Begründung Sie Ihre Zuordnungen.

**Aufgabe III.2** (4 Punkte)

(a) Bei einem Reaktorunfall, wie zum Beispiel am 26. April 1986 in Tschernobyl oder am 11. März 2011 in Fukushima, werden durch die Spaltung von  $^{235}\text{U}$  (*Uran*) große Mengen des radioaktiven Isotops  $^{137}\text{Cs}$  (*Cäsium*) freigesetzt. Cäsium hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren. Wie lange dauert es, bis 75% des Cäsiums zerfallen sind?

(b) Die Zerfallsrate des radioaktiven Isotops  $^{238}\text{U}$  (*Uran 238*) beträgt etwa  $1,551 \cdot 10^{-10}$  Jahre $^{-1}$  (d.h.  $\lambda = -1,551 \cdot 10^{-10}$ ). Ermitteln Sie die Halbwertszeit.

**Aufgabe III.3** (3 Punkte)

In einem Bestand von ursprünglich 10 000 Bäumen werden jedes Jahr 20 % der noch nicht geschädigten Bäume durch den Borkenkäfer befallen.

- (a) Berechnen Sie die Zahl  $B(t)$  der befallenen Bäume nach  $t = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20$  Jahren.
- (b) Nach wie vielen Jahren wären 90 % aller Bäume befallen?
- (c) Zeigen Sie, dass die Zahl der kranken Bäume dem Gesetz des beschränkten Wachstums folgt und geben Sie die Sättigungsgrenze  $S$  sowie die Änderungsrate  $p$  in % an.

**Aufgabe III.4** (4 Punkte)

Um das Wachstumsverhalten des echten Hopfens<sup>1</sup> (*Humulus lupulus*) zu untersuchen, wird eine Messreihe durchgeführt. Zu Beginn der Beobachtung hatte der Hopfen eine Höhe von 0,5m. Bei einer weiteren Messung nach einer Woche misst er 1m. Erfahrungsgemäß wird die untersuchte Hopfensorte niemals höher als 6m. Setzen Sie logistisches Wachstum voraus und berechnen Sie die Höhen nach 5 und 10 Wochen in diesem Modell.

**Aufgabe III.5** (4 Punkte)

Ein Sonnenblume hat bei einer ersten Messung eine Höhe von genau 30cm. Bei einer weiteren Messung vier Wochen später hat sie bereits eine Höhe von 100cm. Es ist bekannt, dass sie bei ungestörtem Wachstum eine Höhe von 240cm erreichen kann. Setzen Sie logistisches Wachstum voraus. Welche Höhe hat die Sonnenblume nach 9 Wochen erreicht?

---

<sup>1</sup>Der echte Hopfen ist eine Pflanzenart in der Gattung Hopfen und wird zur Herstellung von Bier benötigt. 2007 wurde *Humulus lupulus* zur Arzneipflanze des Jahres gekürt.